Polo Scientifico Tecnico Professionale Fermi – Giorgi

PROGRAMMA di MATEMATICA
Prof. Ciabattari Fabrizio
Classe V BSA
a.s. 2023/2024

Titolo del modulo	**Contenuti disciplinari**
Funzioni e limiti	**Funzione reale di variabile reale** Ripasso delle proprietà delle funzioni reali di variabile reale: classificazione, dominio, codominio, grafico di funzione. Funzioni iniettiva, suriettiva, biettiva. Funzione crescente, funzione decrescente, funzione monotona. Funzione periodica. Funzione pari e dispari. Funzione inversa e condizioni per l'invertibilità. Funzioni composte. Elementi di topologia della retta. Insiemi limitati. Insiemi illimitati. Definizione di estremo superiore e di estremo inferiore di una funzione. Intervalli e intorni sulla retta reale. **Limite di funzioni reali di variabile reale** Introduzione al concetto di limite mediante opportuni esempi e considerazioni grafiche. Definizione generale di limite; definizioni particolari, verifiche di limite. Definizione di asintoto verticale ed orizzontale. Teoremi sui limiti: teorema dell'unicità del limite; teorema della permanenza del segno; teorema del confronto. **Le funzioni continue e l'algebra dei limiti** Definizione di funzione continua in un punto. I limiti delle funzioni elementari. Calcolo di limiti. Forme di indeterminazione di funzioni algebriche e loro risoluzione. Forme di indeterminazione di funzioni trascendenti e loro risoluzione. Limiti notevoli: $\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x}=1$ $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0;$ $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$ $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{k}{x}\right)^x=e^k$ $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1;$ $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1;$ $\lim_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\log_a e;$ $\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a.$ $\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^k-1}{x}=k$
Le successioni	**Successioni e progressioni** Definizione di successione e rappresentazione di una successione. Successioni definite ricorsivamente. Progressioni aritmetiche. Termine generale a_n di una progressione aritmetica. Somma dei primi n termini di una progressione aritmetica. Le progressioni geometriche. Termine generale a_n di una

	progressione geometrica. Somma dei primi n termini di una progressione geometrica. Principio di induzione. **Il limite di una successione** $\lim_{n\to+\infty} a_n = l$; $\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$; $\lim_{n\to+\infty} a_n = -\infty$; *non esistenza del* $\lim_{n\to+\infty} a_n$ Teoremi sui limiti delle successioni: confronto, operazioni con i limiti. Serie e Somma della serie geometrica.
Continuità	**Le funzioni continue** Comportamento delle funzioni continue rispetto alle operazioni tra funzioni. Continuità e funzione inversa. Punti di discontinuità di I°, II°, III° specie. Proprietà delle funzioni continue: teorema di esistenza degli zeri; teorema di Weierstrass e teorema dei valori intermedi. Ricerca degli asintoti verticali, orizzontali e obliqui di una funzione. Grafico probabile di una funzione.
Calcolo differenziale	**La derivata di una funzione** Problemi che conducono al concetto di derivata: il problema della retta tangente a una curva in un suo punto; il problema della velocità istantanea. Definizione di derivata di y=f(x) in un punto come limite del rapporto incrementale. Significato geometrico della derivata di una funzione in un punto. Continuità e derivabilità. Derivate delle funzioni elementari. Teoremi sul calcolo delle derivate (la derivata della somma, del prodotto e del quoziente di funzioni, derivata del reciproco di una funzione). Derivata di una funzione composta. Derivata di $\left[f(x)\right]^{g(x)}$. Derivata della funzione inversa. Derivate di ordine superiore al primo. Equazione della retta tangente al grafico di y=f(x). Punti stazionari. Classificazione dei punti di non derivabilità (punti angolosi, cuspidi e punti di flesso a tangente parallela all'asse y). **I teoremi del calcolo differenziale** Punti di massimo e di minimo relativo e assoluto. I teoremi di Fermat e di Rolle. Il Teorema di Lagrange. Funzioni crescenti e decrescenti e criteri per l'analisi dei punti stazionari: criterio di monotonia per le funzioni derivabili; ricerca dei punti di estremo relativo mediante lo studio del segno della derivata prima. Ricerca dei punti di massimo e di minimo assoluto di f(x). Problemi di massimo e minimo elementari, di geometria euclidea, di geometria analitica, di geometria dello spazio e in ambito generale. Funzioni concave e convesse; punti di flesso di una funzione. Segno della derivata seconda e concavità della funzione. Ricerca dei flessi con lo studio del segno della derivata seconda. Flessi a tangente orizzontale, obliqua, verticale. Il teorema di De L'Hospital. Calcolo di limiti mediante il teorema di De L'Hospital.

	Lo studio di funzione Studio completo di una funzione e relativo grafico. Grafici deducibili; dal grafico di una funzione a quello della sua derivata.
Calcolo integrale	**Integrali indefiniti** Primitive e integrale indefinito. Integrali delle funzioni elementari. Linearità dell'integrale indefinito. Integrali delle funzioni composte. Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione. Integrazione di alcune funzioni fratte. **Integrali definiti** Dal problema della misura di un'area al concetto di integrale definito. Proprietà dell'integrale definito e suo calcolo. Teorema della media integrale e interpretazione geometrica. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Funzioni integrabili e integrali impropri. La funzione integrale. Applicazioni geometriche degli integrali definiti: calcolo delle aree di figure piane e di volumi di solidi.

Lucca, 31/05/2024

Il docente
Fabrizio Ciabattari